

CONJUNTOS NUMÉRICOS

O conjunto dos números **Naturais**, indicado pela letra **N**, contendo os elementos 0, 1, 2, ..., é o conjunto mais básico, pois tem os números que representam as quantidades e que foram os primeiros inventados pelo homem.

Os números naturais eram inicialmente usados para a contagem. Tirando o zero desse conjunto, temos os números 1, 2, 3, ..., que são denominados frequentemente como inteiros positivos. Se a eles juntarmos as suas contrapartes negativas -1, -2, -3, ..., mais o zero, formaremos o chamado Conjunto dos Números **Inteiros**, normalmente indicado pela letra **Z** (notação de uma palavra alemã).

Mas os números inteiros não dão conta de todas as operações que precisamos fazer. Por isso, necessitamos agregar as frações, tais como $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, etc. Temos também as frações negativas, como $-\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{2}{9}$, etc. Juntos, esses números formam o conjunto dos números **Racionais**, indicados pela letra **Q**.

A propriedade comum a todos os números fracionários é que eles podem ser escritos como uma razão entre dois números inteiros. Assim, qualquer número que possa ser escrito como uma fração com numerador e denominador inteiros é denominado número racional. Observe que os números inteiros também são racionais, pois qualquer inteiro k pode ser escrito como $\frac{k}{1}$. É importante observar também que todos os números decimais finitos são racionais e os decimais do tipo dízima periódica também o são. Exemplos:

$$2,18 = \frac{218}{100}$$

$$0,555... = \frac{5}{9}$$

$$1,353535... = \frac{134}{99}$$

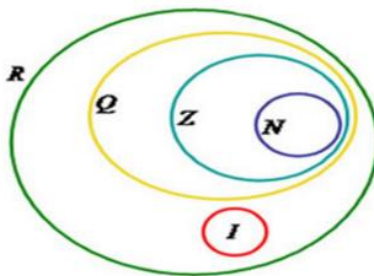
Existem também números que não podem ser escritos como uma fração. São os Números **Irracionais**, indicados pela letra **Q'** ou por **Ir** ou por **I**. Exemplos:

$$\pi = 3,1415926...$$

$$e = 2,71828183...$$

Além do Pi e do número de Euler, todas as raízes quadradas não exatas, são números irracionais.

Se representarmos sobre uma reta numérica, os números racionais e os irracionais, veremos que a reta fica preenchida completamente, sem lacunas. Essa reta representa o Conjunto dos Números **Reais**, normalmente indicados por **R**.



Todos os conjuntos acima, estão contidos no conjunto dos Números **Complexos**, indicado por **C**, mas não estudaremos esse conjunto neste momento.

Exercício da aula:

1) Assinale V ou F, indicando quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

- | | | | | | |
|----------------------------|------------------------------|-------------------------|------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| a) $5 \in \mathbb{N}$ | b) $7 \notin \mathbb{Z}$ | c) $-9 \in \mathbb{Z}$ | d) $0,37 \in \mathbb{R}$ | e) $10 \in \mathbb{Q}$ | f) $0 \in \mathbb{N}$ |
| g) $7,3 \notin \mathbb{Q}$ | h) $-64 \notin \mathbb{R}$ | i) $25 \in \mathbb{N}$ | j) $5,111... \in \mathbb{Q}$ | k) $-27 \in \mathbb{Z}$ | l) $\pi \notin \mathbb{R}$ |
| | m) $\sqrt{3} \in \mathbb{I}$ | n) $\pi \in \mathbb{I}$ | | | |

Respostas: 1)a)V b)F c)V d)V e)V f)V g)F h)F i)V j)V k)V l)F m)V n)V

Decimal exato e dízima periódica: um número decimal é finito ou exato quando tem uma quantidade finita de algarismos, já a dízima periódica é um número que possui sua parte decimal infinita e periódica, isto é, em sua parte decimal, há um número que se repete infinitamente.

Exemplos:

- 1) $5 : 2$ pode ser representado pela fração $\frac{5}{2}$ ou pelo número **decimal exato** 2,5.
 2) $28 : 9$ pode ser representado pela fração $\frac{28}{9}$ ou pela **dízima periódica** 3,111111...

Fração geratriz da dízima periódica: é a representação fracionária da dízima periódica. Como o nome sugere, a fração geratriz gera a dízima quando dividimos o numerador pelo denominador da representação fracionária.

Exemplos:

- 1) Obtenha a representação decimal de: a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{23}{9}$

a) $\begin{array}{r} 1 \\ 10 \\ 100 \\ 40 \\ 80 \\ 00 \end{array} \begin{array}{r} \overline{)16} \\ 0,0625 \end{array}$

Decimal exato, ou decimal finito.

b) $\begin{array}{r} 23 \\ 50 \\ 50 \\ : \end{array} \begin{array}{r} \overline{)9} \\ 2,555... \end{array}$

Decimal não exato, ou decimal periódico (dízima periódica).

- 2) Expresse na forma de fração:

a) 0,5555... b) 0,282828... c) 3,111111... d) 0,9999...

Respostas: 1)a) 0,0625 b) 2,555... 2)a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{28}{99}$ c) $\frac{28}{9}$ d) 1

Exercícios da aula:

- 1) Expresse na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$.

a) 0,77 b) 0,3333... c) 1,888... d) 0,08080808... = $0,0\overline{8}$ e) 0,9808080... = $0,9\overline{80}$

Respostas: 1)a) $\frac{77}{100}$ b) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{17}{9}$ d) $\frac{8}{99}$ e) $\frac{971}{990}$

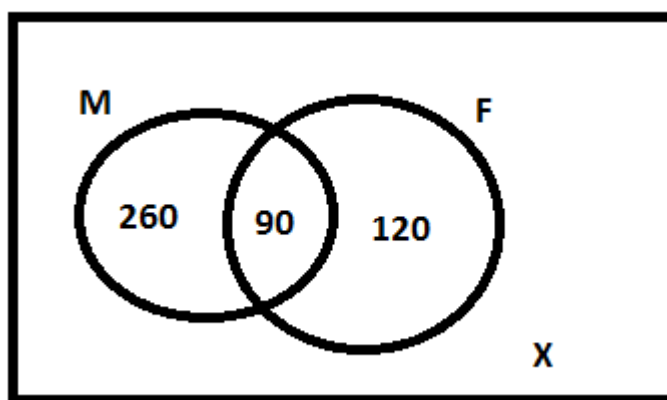
Aplicações de Conjuntos

A seguir, veremos os estilos de exercícios mais cobrados em concursos e vestibulares.

Exemplos:

- 1) Numa escola de 630 alunos, 350 deles gostam matemática, 210 gostam física e 90 deles gostam as duas matérias. Quantos alunos não gostam nenhuma das duas matérias?

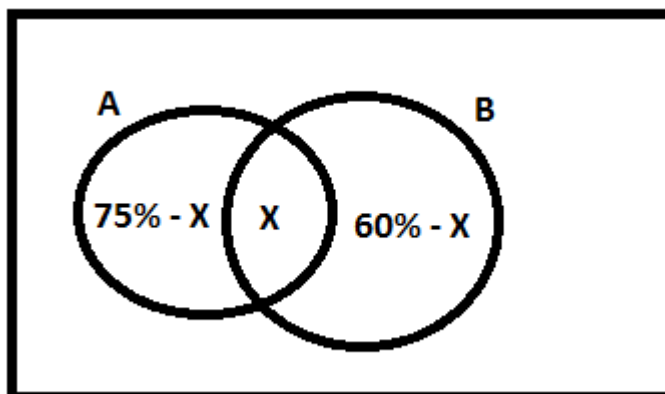
Resolução:



$$260 + 90 + 120 + x = 630 \rightarrow x = 160$$

- 2) Na comunidade universitária são lidos dois jornais A e B. Verificou-se que exatamente 75% dos alunos leem o jornal A e 60% o jornal B. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, determine quantos por cento dos alunos leem ambos.

Resolução:

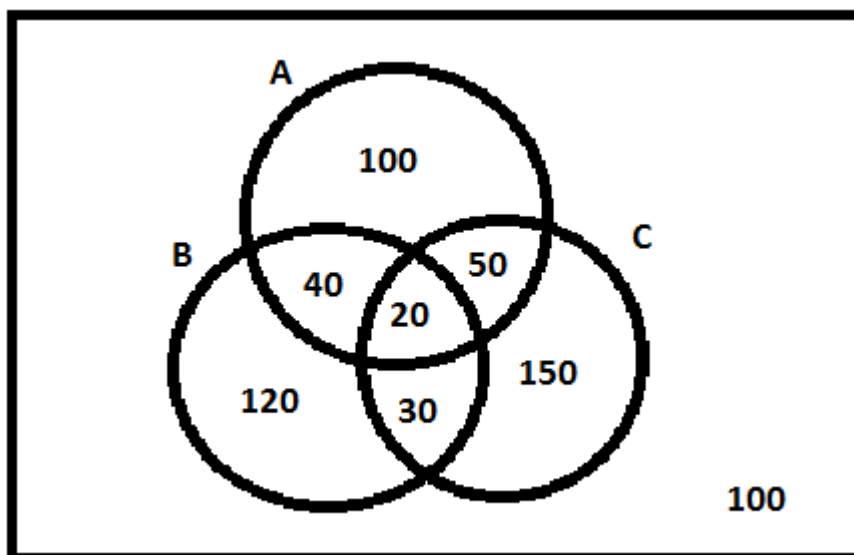


$$75\% - X + X + 60\% - X = 100\% \rightarrow x = 35\%$$

3) Numa pesquisa de mercado foram entrevistadas várias pessoas acerca de suas preferências em relação a três produtos: A, B e C. Os resultados estão representados na tabela a seguir. Determine a quantidade de pessoas que foram entrevistadas.

Produto	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	nenhum
Pessoas	210	210	250	60	70	50	20	100

Resolução:



$$\text{Total} = 100 + 40 + 20 + 50 + 120 + 30 + 150 + 100 = 610 \text{ pessoas.}$$

Exercícios da aula:

1) Numa pesquisa sobre a preferência em relação a jogos de futebol, foram consultadas 470 pessoas e o resultado foi o seguinte: 250 delas assistem jogos da série A, 180 assistem jogos da série B e 60 assistem as duas séries. Pergunta-se, quantas pessoas:

- a) assistem apenas a série A? b) assistem apenas a série B? c) assistem as duas séries?
d) não assistem esses jogos?

2) Uma prova era constituída de dois problemas. 300 alunos acertaram somente um dos problemas, 260 acertaram o segundo, 100 alunos acertaram os dois e 210 erraram o primeiro. Quantos alunos fizeram a prova?

3) Sabendo que um conjunto com n elementos tem exatamente 2^n subconjuntos. Usando esse raciocínio, determine o número de elementos do conjunto $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$.

4) Numa cidade são consumidos três produtos A, B e C. Foi feito um levantamento de mercado sobre o consumo desses produtos e obteve-se o seguinte resultado:

Produtos	Nº de consumidores
A	150
B	200
C	250
A e B	70
A e C	90
B e C	80
A, B e C	60
Nenhum dos três	180

Pergunta-se, quantas pessoas:

a) consomem apenas o produto A?

b) pessoas foram consultadas?

5) Uma editora estuda a possibilidade de lançar novamente as publicações HELENA, SENHORA e A MORENINHA. Para isso, efetuou uma pesquisa de mercado e concluiu que em cada 1.000 pessoas consultadas, 600 leram A MORENINHA, 400 leram HELENA, 300 leram SENHORA, 200 leram A MORENINHA e HELENA, 150 leram A MORENINHA e SENHORA, 100 leram HELENA e SENHORA e 20 leram as três obras. Pergunta-se, quantas pessoas:

a) leram apenas uma das três obras?

b) não leram nenhuma das três obras?

c) leram duas ou mais obras?

6) Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y. Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X, 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma das sobremesas?

7) Numa pesquisa sobre preferência de detergentes realizada numa população de 100 pessoas, constatou-se que 62 consomem o produto A; 47 consomem o produto B e 10 pessoas não consomem nem A e nem B. Que parte desta população consome tanto o produto A quanto o produto B?

8) Num teste para verificar o aproveitamento de 100 estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, observou-se o seguinte resultado entre os que conseguiram nota satisfatória em uma só disciplina: Matemática, 18; Física, 20; Química, 22. Em duas das disciplinas: Matemática e Química, 15; Química e Física, 17; Matemática e Física, 9. E, notas satisfatórias nas três disciplinas avaliadas, 6 alunos. Obtenha o número de estudantes com nota satisfatória em pelo menos duas das disciplinas avaliadas.

9) Em uma pesquisa realizada, foram encontrados os seguintes resultados: 60% das pessoas entrevistadas consomem a marca A; 50% a marca B; 45% a marca C; 20% A e B; 30% A e C; 15% B e C; 8% A, B e C. Qual a porcentagem das pessoas que não consomem nenhuma dessas marcas?

Respostas: 1)a)190 b)120 c)370 d)100 2)450 3)128 4)a)50 b)600 5)a)460 b)130
c)410 6)1 7)19 8)29 9)2%